

Скорук Л.М., к.т.н.

Киевский национальный университет строительства и архитектуры (КНУСА), г. Киев
Научно-производственное ООО «SCAD Soft», г. Киев

ПОИСК ЭФФЕКТИВНЫХ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ РЕБРИСТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ И ПЕРЕКРЫТИЙ

Рассмотрены моделирования и расчет с помощью специализированных программ ребристых плит и перекрытий. Приведены результаты численного эксперимента, их анализ и сравнения с результатами традиционного расчета.

В практике проектирования встречаются довольно сложные по конфигурации и по форме монолитные конструкции и их элементы. При расчете таких конструкций актуальными являются вопросы их корректного моделирования в расчетной схеме [1], используя для этого средства, предоставляемые универсальными расчетными программами [2]. В частности, это касается моделирования таких, казалось бы, простых конструкций как ребристые перекрытия, сборные ребристые плиты, плиты типа 2Т, которые могут входить в состав какого-нибудь сооружения или отдельной конструкции.

Ребристое перекрытие (рис. 1) состоит из плиты (балочной или опертой по контуру), второстепенных и главных балок. Все элементы перекрытия монолитно связаны между собой и представляют единое целое. Сущность конструкции монолитного ребристого перекрытия в том, что бетон в целях экономии изъят из растянутой зоны сечения. Сохранены лишь ребра, в которых сконцентрирована растянутая арматура и которые обеспечивают прочность элемента по наклонным сечениям.

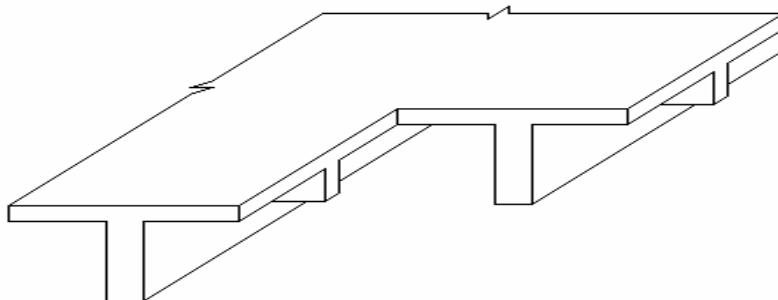


Рис. 1. Фрагмент ребристого перекрытия.

Конструктивно монолитное ребристое перекрытие выполнено таким образом, что его верхняя поверхность является гладкой (балки не выступают из перекрытия). При расчете подобных конструкций с помощью современных вычислительных комплексов, которые базируются на методе конечных элементов (например, SCAD [2]), приходится оперировать такими общими моделями конструкций и их элементов как стержень, плита, оболочка. Естественно, стоит вопрос, как разместить стержневой элемент по отношению к плитному: центрируя его по нейтральной линии плиты или смещая с определенным эксцентриситетом? Речь идет о том, как представить в расчетной схеме продольные и поперечные ребра, и какая из расчетных схем будет лучше всего отражать действительную работу конструкции под действием нагрузки? По результатам расчетов какой из схем подобранная арматура будет наиболее рациональной?

Прежде всего, необходимо заметить, что главный нормативный железобетонный документ СНиП [3] стыдливо умалчивает о существовании плит, указания о расчете которых можно найти лишь в разнообразных рекомендациях и методиках [4], которым присущи как преимущества так и недостатки.

Для ответа на поставленные и другие подобные вопросы автором был проведен численный эксперимент, в котором было рассмотрено несколько расчетных схем с разным моделированием

взаимного расположения ребра и плиты. При этом было выполнено сравнение результатов расчета по выбранным схемам с результатами расчета по традиционной методике (обычной для многих инженеров), которая приведена в пособии [5].

Для более полного понимания, корректной трактовки и сравнения полученных результатов рассмотрим три ключевых момента, без уточнения которых невозможно в полной мере оценить полученные данные:

1. Определение напряженно-деформированного состояния плиты (перекрытия)

Метод конечных элементов, на котором базируются большинство современных вычислительных комплексов, относится к приближенным методам расчета. Однако, сгущая сетку конечных элементов (путем последовательных приближений) можно приблизиться к точному решению. В этом случае при определении НДС учитываются все силовые факторы, которые возникают в плите (изгибающие и крутящий моменты, поперечные силы).

В основе традиционного расчета по приближенной расчетной модели, которая базируется на методе предельного равновесия, лежит ряд упрощающих гипотез:

- 1) плиту в состоянии предельного равновесия рассматривают как систему плоских звеньев, соединенных друг с другом по линии излома пластическими шарнирами, которые возникают в пролете по биссектрисам углов и на опорах вдоль балок;
- 2) упругое защемление контура плиты (между балками) заменяют жестким;
- 3) жесткое соединение ребер между собою заменяют упругим; В частности, это касается расчетной схемы поперечного ребра при расчете сборной ребристой плиты перекрытия, которое представляет собою балку на двух шарнирных опорах. В действительности, от заданной нагрузки в продольных ребрах возникает крутящий момент. Из условий равновесия узлов крутящий момент в продольном ребре будет изгибающим для поперечного. Тогда действительная эпюра моментов будет иметь вид, показанный на рис. 2. Естественно, в случаях, когда соотношения габаритных размеров плиты больше четырех, величина опорного момента достаточно мала по сравнению с пролетным и им можно пренебречь. Однако, при меньших соотношениях (поскольку короткий стержень лучше оказывает сопротивление кручению) величина опорного момента в поперечном ребре становится сравнима с пролетным моментом, и будет заметно влиять на величину усилия и, как следствие, на значение подобранной арматуры.
- 4) нагрузки на ребра принимают по гипотетической схеме (в виде треугольников или трапеций).

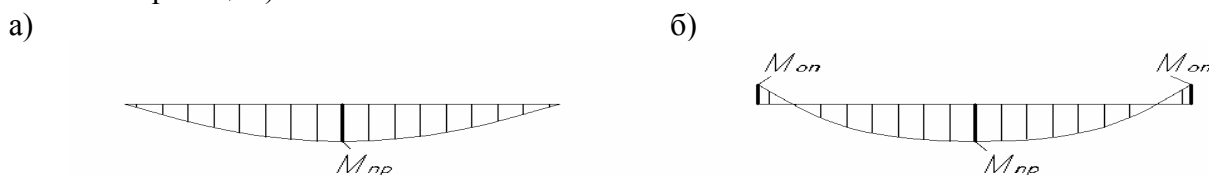


Рис. 2. Епюра моментов: а) при традиционном расчете, б) при условии жесткого соединения продольного и поперечного ребер.

Кроме того, необходимо указать на ограниченность класса задач, которые можно решить с помощью метода предельного равновесия (для плиты произвольного очертания неизвестна схема излома), принципиальную неприемлемость метода при комбинациях нагрузок, а также то, что указанный метод абсолютно ничего не говорит о трещиностойкости плит. Все это касается плит опертых по контуру, в которых соотношения сторон не превышает трех.

Для так называемых балочных плит (в которых $\frac{l_1}{l_2} > 3$) суть расчета состоит в том, что на поле

плиты вырезают полосы шириной 1 м вдоль короткой стороны, и расчетная схема плиты представляет собой многопролетную неразрезную балку. За счет того, что плиту рассматривают

между гранями балок, это дает возможность уменьшить расчетные пролеты и, как следствие, пролетные моменты, опорные моменты и, соответственно, площадь подобранной арматуры.

При чем, при расчете, как балочных плит, так и плит, которые оперты по контуру, совсем не берется во внимание крутящий момент.

2. Армирования плиты

Подбор арматуры в SCAD реализован на основе методики М.И.Карпенка [6], которая описывает деформирование железобетона с трещинами на основе математической модели анизотропного сплошного тела. Основой указанного метода есть разработанная теория деформирования железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии, в соответствии с которой в элементе с трещинами деформации ε_x и ε_y зависят не только от нормальных, но и от сдвигающих усилий. Особенности железобетона отображаются в закономерностях, которые устанавливают связь между усилиями и перемещениями, и на которых основывается аппарат расчета плит и оболочек. Оболочка имеет все шесть степеней свободы, а плита лишь три – вертикальное перемещение и два поворота. Подбор арматуры можно выполнять не только по прочности, но и для 1-й и 3-й категориях трещиностойкости — трещины не допускаются и ограниченная ширина раскрытия трещин соответственно. Естественно, площадь арматуры, подобранной только по прочности, будет меньше, поскольку ширина трещин не контролируется (отсутствует дополнительная арматура для обеспечения допустимой ширины раскрытия трещин).

Как было указано выше, расчет по традиционной методике не дает возможности проконтролировать величину подобранной арматуры с учетом фактора трещиностойкости в силу своих ограничений и сделанных предположений.

3. Влияние схемы эксцентричного крепления ребра на результаты подбора арматуры в плите и ребре

При моделировании поля железобетонной плиты пластинчатыми или оболочечными элементами и моделировании балок стержневыми элементами срединная плоскость пластин может быть расположена как на одном уровне, так и на разных уровнях с упругой частью стержня (рис. 3).

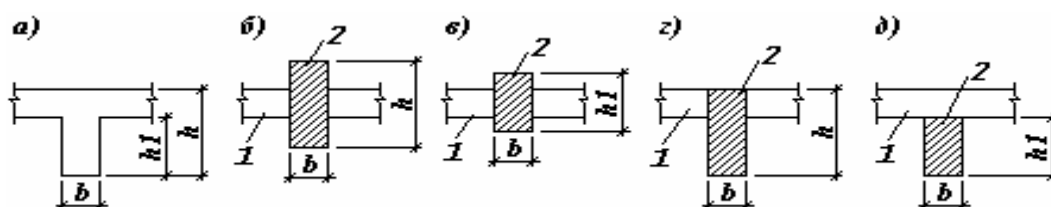


Рис.3. К выбору размещения стержня относительно плиты:

1 – плитный элемент; 2 – стержневой элемент.

Можно было бы представить ребра также вертикально расположенными элементами плиты, однако в этом случае возникает вопрос о толковании размещения подобранной арматуры (рис.4.). Поэтому этот вариант в рамках данной статьи рассматривать не будем.

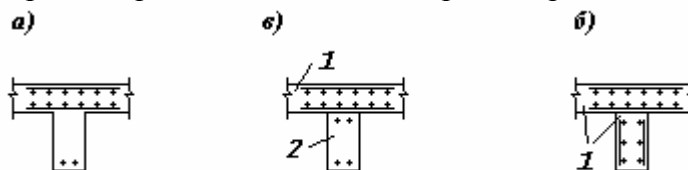


Рис.4. Расположение арматуры:

а) в реальной конструкции; б) при моделировании стержневым и плитным элементами; в) при моделировании плитными элементами; 1 – плита; 2 – стержень.

При смещении стержневого элемента относительно нейтральной оси плиты возникает необходимость учесть эксцентриситет стыков элементов в узлах. Условия совместности деформаций стержней и пластин будут выполнены при условии присоединения стержней к узлам пластин с помощью абсолютно жестких ($EI = \infty$) вертикальных вставок (рис.5.).

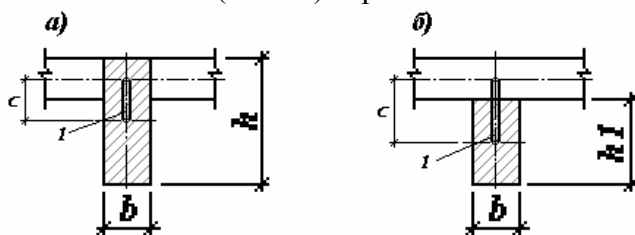


Рис.5. Эксцентриситет стыков элементов в узлах:
 I – жесткая вставка, С – длина жесткой вставки.

При этом в плите возникает мембрана группа усилий, которые в общем случае являются следствием корректного моделирования перекрытия. Поэтому, при эксцентриситете стыков элементов в узлах, плиты необходимо моделировать оболочечными элементами, которые имеют необходимое количество степеней свободы в узлах.

Если стержни примыкают к узлам пластин непосредственно (без жестких вставок), то в пластинах при вертикальной нагрузке не возникает мембранная группа усилий. Такое моделирование соответствует случаю, когда в реальной конструкции балки как бы выступают над плитами (рис. 6,а,б). В этом случае при моделировании плиты конечными элементами плиты и оболочки результаты будут одинаковые.

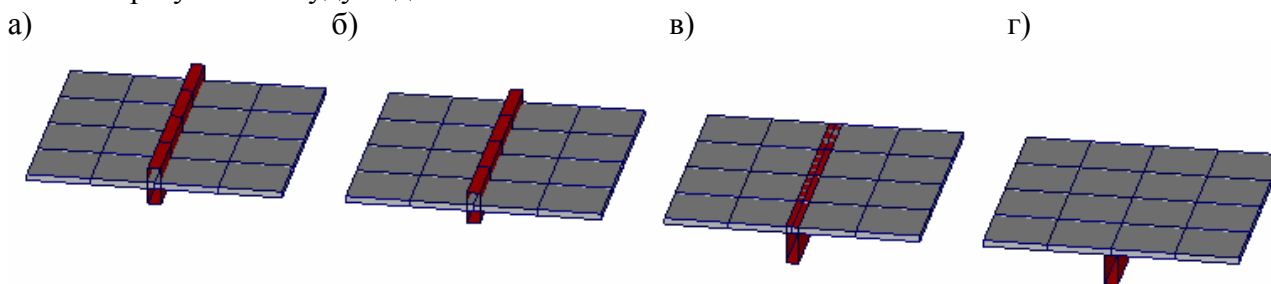


Рис. 6. Моделирование ребристого перекрытия или плиты (комбинированная модель):
 а – без жестких вставок (высота балки h), б – без жестких вставок (высота балки h1); в, г – то же, но с жесткими вставками.

В каждом, из предложенных на рисунке 6 вариантах расчетных схем, есть свои преимущества и недостатки. В случаях, представленных на рис. 6 а, б – нет жестких вставок. В случае, когда в стержневом элементе есть вставка (рис. 6 в, г), от действия вертикальной нагрузки в плите возникает мембранная группа усилий и, как следствие, в упомянутых стержнях появляется продольная сила (усилие распора), которая отвечает действительной работе конструкции. Этого не будет наблюдаться при центрировании элементов по средней линии.

Кроме того, в схемах (рис. 6 а, б, в) в местах пересечения стержня и плиты будет дважды учитываться площадь бетона. В схеме (рис. 6, г) этого эффекта не будет, однако стоит вопрос, правомерным ли будет перенесения площади подобранной арматуры в сжатой зоне стержня в сжатую зону плиты (изменение плеча внутренней пары сил).

Армирование стержневых элементов также возможно как по первой, так и по второй группам предельных состояний.

Рассмотрим два примера расчета (ребристой панели перекрытия и монолитного ребристого перекрытия с балочными плитами), которые приведены в [5], и по этим исходным данным смоделируем соответствующие расчетные схемы в комплексе SCAD с учетом выше изложенных особенностей.

Ребра были представлены стержневыми элементами прямоугольного сечения. Тавровое сечение ребер не рассматривалось, поскольку: во-первых – при таком моделировании ребер будет дважды учитываться бетон сжатой зоны (стержня и плиты), что будет искажать конечный результат; во-вторых – будет некорректное моделирование крайних ребер, поскольку одна из полок тавра будет лишней.

Было рассмотрено четыре типа схем, которые отличались между собою представлением нагрузки в расчетной схеме и типом конечного элемента плиты (табл. 1). Представление ребер одним типом элемента (пространственный стержень) при моделировании полки плиты конечными элементами оболочки и плиты объясняется тем, что стержневой элемент плоской схемы не может иметь жестких вставок в своей плоскости.

Таблица 1

| Тип схемы | Представление нагрузки в расчетной схеме | Тип элемента, которым моделируется | |
|--------------|--|------------------------------------|---------------------------|
| | | полка плиты | ребро |
| 1 | Равномерно распределенная по всей поверхности плиты (с учетом собственного веса полки, ребер и временной нагрузки) [кН/м ²] | оболочка | Пространственный стержень |
| 2 | | плита | |
| 3 | Равномерно распределенная по всей поверхности плиты (с учетом собственного веса полки, ребер и временной нагрузки) [кН/м ²] + собственный вес ребер [кН/м] | оболочка | |
| 4 | | плита | |

Пример 1. Рассмотрим железобетонную ребристую плиту перекрытия размерами 3х12 м. Плита состоит из контурных ребер высотой 450 мм, которые расположены по периметру плиты и поперечных ребер, расстояние между которыми 1,5 м. Общий вид плиты и ребер показан на рис. 7. В расчетной схеме ребра были приведены к эквивалентным по площади прямоугольникам. Полка плиты представляет собой однорядную многопролетную плиту, обрамленную ребрами.

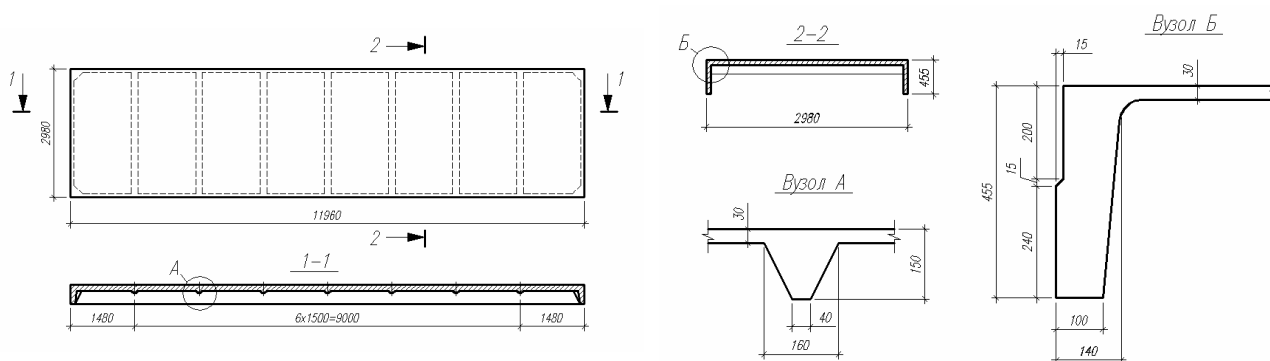


Рис. 7. Плита покрытия (опалубочные размеры).

При расчете в [5] средние пролеты рассматривались как плиты, которые защемлены по контуру, крайние – как плиты, защемленные по трем сторонам и свободно опертые на торцовые ребра (расчет выполняется методом предельного равновесия). Расчетные сечения продольных и поперечных ребер плиты были представлены в виде соответствующих тавров.

Для сравнения в SCAD, кроме комбинированной модели (стержень + плита или оболочка) был проведен расчет и стержневой модели, в которой продольные и поперечные ребра были представлены таврами с соответствующими расчетными размерами поперечного сечения. При этом рассматривалась загрузка поперечного ребра по двум схемам.

Результаты расчетов по разным схемам приведены в табл. 2. В таблице даны максимальные значения изгибающих моментов в пролетах ребер (взято среднее поперечное ребро). В последнем столбце таблицы показана подобранная арматура по результатам традиционного расчета. Как видно из результатов расчета для типов схем 1 и 3 с жесткими вставками значения изгибающих моментов в ребрах значительно меньше, что можно объяснить действием мембранной группы

усилий в оболочках. При этом результаты подбора арматуры отличаются не так сильно. Это объясняется тем, что при подборе арматуры в этих стержнях учитывалась продольная сила, которая является следствием возникновения распора в ребрах. Отличие результатов подбора арматуры между комбинированной и стержневой моделью можно объяснить тем, что для таврового сечения (при всех других равных исходных данных) нужно меньше арматуры, чем для прямоугольного за счет большей площади сжатого бетона. В таблице для ребер приведены данные подбора арматуры при расчете с учетом трещинообразования.

Для плиты в табл. 2 приведены максимальные по полю плиты изгибающие моменты на единицу длины сечения (в числителе момент M_X , в знаменателе – M_Y). Момент M_X растягивает или сжимает волокна сечения в направлении, параллельном оси X , которая в нашем случае направлена вдоль длинной стороны плиты. Результаты подбора арматуры по SCAD в полке плиты приведены при расчете по прочности. При расчете по второй группе предельных состояний значения подобранной арматуры несколько больше.

Пример 2. Рассмотрим железобетонное монолитное ребристое перекрытие с балочными плитами, которое имеет размеры в плане 24x36 м (рис. 8). Главные балки размещены вдоль (по оси X), а второстепенные – поперек (по оси Y).

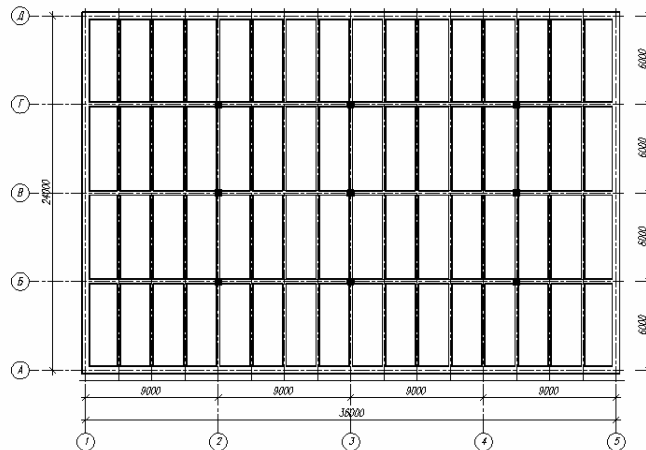


Рис. 8. Конструктивная схема монолитного ребристого перекрытия.

Результаты расчета и их сравнение для монолитного ребристого перекрытия приведены в табл. 3. Арматура для плиты подобрана по 1-й группе, для балок – по 1-й и 2-й группам предельных состояний. Поскольку расчетные схемы второстепенной и главной балок представляют собой многопролетные неразрезные конструкции, то для сравнения были выбраны сечения в первом крайнем пролете (значения в числителе) и на первой промежуточной опоре (значения в знаменателе). Знак “минус” указывает на то, что растянутое волокно находится сверху. Отличие в значениях изгибающих моментов объясняется тем, что при традиционном расчете расчетные пролеты для второстепенных балок берут равными расстоянию между внутренними гранями главных балок (уменьшение пролета), а расчетные моменты на опоре – берут по грани главных балок (уменьшение расчетного момента) (рис. 9). Как следствие и величина подобранной арматуры будет отличаться. Такую же расчетную схему (с уменьшенными пролетами и моментами по грани балок) можно смоделировать и в конечно-элементной модели.

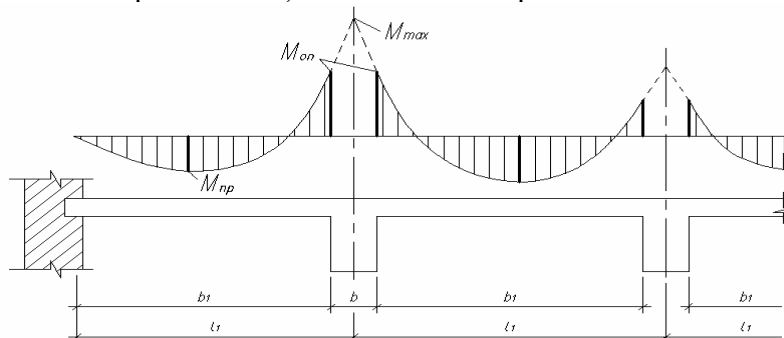


Рис. 9. Расчетные пролеты и моменты при ручном расчете.

Отличие в усилиях, полученное по моделям более ощутимое, чем различие в армировании плит, выполненном по полученным усилиям. Это объясняется следующими обстоятельствами:

- усилия в срединной плоскости плиты сжимающие и воспринимаются бетоном практически без постановки дополнительной арматуры;
- в силу дискретности сортамента арматуры и применения стержней, как правило, только одного диаметра нивелируется различие между необходимой в разных случаях расчетной арматурой и той, которую реально использует производитель работ.

Анализ результатов расчета по предложенным моделям и сравнение их с результатами традиционного расчета дает право утверждать:

1) моделирование ребристого перекрытия или плиты стержневыми и плитными (оболочечными) элементами по схемам, которые показаны на рис. 3 является корректным отображением реальной конструкции;

2) результаты подбора арматуры в ребрах (балках) почти по всем предложенным моделями являются удовлетворительными;

3) результаты подбора арматуры в полке плиты по сравниваемым методиками лучше сходятся, когда плита является балочной (работает в одном направлении);

4) наиболее точно по результатам расчета и по результатам подбора арматуры реальной конструкции отвечает схема моделирования ребристого перекрытия, в которой верхняя грань ребра и плиты находятся на одном уровне (рис. 3, г).

Таблица 2

Значения моментов и площадь рабочей арматуры для примера №1

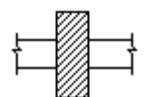
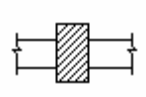
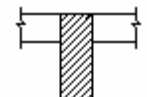
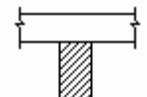
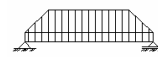

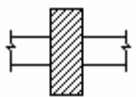
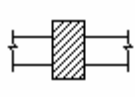
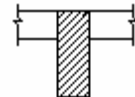
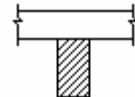
| Фактор | Един. измерения | Тип схемы | Расчет по SCAD | | | | | | Традиционный расчет по методике [5] | | |
|------------------|--|--------------------|---|---|--|---|---|---|-------------------------------------|----------------------|----------------------------------|
| | | | Плита с ребрами по схеме: | | | | Тавровая балка при нагружении по схеме: | | | | |
| | | |  |  |  |  |  |  | Значение | Подобранная арматура | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| поперечное ребро | Момент | кН·м | 1 | – | – | 3,66 | 2,11 | 7,5 | 8,23 | 7,5 | – |
| | | | 2 | 7,27 | 5,99 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 3,17 | 1,84 | | | | |
| | | | 4 | 6,34 | 5,22 | | | | | | |
| | Арматура | см ² | 1 | – | – | 2,22 | 2,09 | 1,74 | 1,91 | 1,67 | 2,01 (1Ø16 A-III) |
| | | | 2 | 2,02 | 2,52 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 1,97 | 1,87 | | | | |
| | | | 4 | 1,72 | 2,07 | – | – | | | | |
| продольное ребро | Момент | кН·м | 1 | – | – | 77,08 | 65,17 | – | 163,84 | 163,85 | – |
| | | | 2 | 155,54 | 155,29 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 96,08 | 82,44 | | | | |
| | | | 4 | 156,55 | 156,33 | – | – | | | | |
| | Арматура | см ² | 1 | – | – | 10,25 | 9,79 | – | 9,65 | 10,05 | 12,32 (2Ø28 A-V) |
| | | | 2 | 9,6 | 9,5 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 12,29 | 12,51 | | | | |
| | | | 4 | 9,62 | 9,52 | – | – | | | | |
| плита | Момент (M _X /M _Y) | кН·м/м | 1 | – | – | 0,78 / 0,44 | 0,78 / 0,45 | – | – | – | – |
| | | | 2 | 0,97 / 0,73 | 1,06 / 1,06 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 0,72 / 0,39 | 0,73 / 0,4 | | | | |
| | | | 4 | 0,87 / 0,64 | 0,96 / 0,93 | – | – | | | | |
| | Арматура (A _{s1} /A _{s2}) | см ² /м | 1 | – | – | 2,46 / 3,45 | 2,53 / 3,57 | – | – | 0,29 / 0,82 | 0,35 (5Ø3Bp-I) 0,84 (6Ø4Bp-I) |
| | | | 2 | 1,63 / 1,21 | 1,81 / 1,96 | – | – | | | | |
| | | | 3 | – | – | 2,35 / 3,36 | 2,47 / 3,47 | | | | |
| | | | 4 | 1,63 / 1,07 | 1,9 / 1,71 | – | – | | | | |

Таблица 3

Значения моментов и площадь рабочей арматуры для примера №2

| Фактор | | Един. измерения | Тип схемы | Расчет по SCAD | | | | Традиционный расчет по методике [5] | | |
|----------------------|--|--------------------|-----------|---|---|---|---|-------------------------------------|--------------|--|
| | | | | Плита с ребрами по схеме: | | | | Тавровая балка : | Значение | Подобранная арматура |
| | | | |  |  |  |  | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| второстепенная балка | Момент | кН·м | 3 | – | – | 66,03/ -89,32 | 48,73/-75,21 | <u>75,03</u> | <u>80,7</u> | – |
| | | | 4 | 86,4 /-101,54 | 83,89/-101,0 | – | – | -104,18 | -63,4 | – |
| | Арматура | см ² | 3 | – | – | 10,32/10,82 | 10,37/-11,55 | <u>6,83</u> | <u>6,45</u> | 7,1 (2Ø16 А-III+ +2Ø14 А-III) |
| | | | 4 | 10,46/11,8 | 11,98/13,99 | – | – | 12,02 | 6,23 | 7,1 (2Ø16 А-III+ +2Ø14 А-III) |
| главная балка | Момент | кН·м | 3 | – | – | 497,79/-763,71 | 463,42/-729,82 | <u>457,14</u> | <u>532,9</u> | – |
| | | | 4 | 517,79/-718,62 | 521,41/-721,9 | – | – | -634,72 | -483,4 | – |
| | Арматура | см ² | 3 | – | – | 36,28/42,07 | 35,93/42,49 | <u>23,97</u> | <u>19,82</u> | 19,92 (2Ø28 А-III+ +2Ø22 А-III) |
| | | | 4 | 27,24/38,22 | 31,47/40,65 | – | – | 34,7 | 23,02 | 23,69 (2Ø32 А-III+ +2Ø22 А-III) |
| плита | Момент (M _X /M _Y) | кН·м/м | 3 | – | – | 4,06/1,47 | 4,09/1,47 | – | <u>3,93</u> | – |
| | | | 4 | 4,1/1,5 | 4,22/1,56 | – | – | – | – | – |
| | Арматура (A _{s1} /A _{s2}) | см ² /м | 3 | – | – | 2,05/1,21 | 2,31/1,37 | – | <u>2,21</u> | <u>2,26 (8Ø6А-III)</u> 0,38 (3Ø4Вр-1) |

Для балок: в числителе – расчетное сечение в середине первого пролета, в знаменателе – на первой промежуточной опоре.

Литература:

1. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – Киев, Изд-во «Сталь», 2002. – 600 с.
2. SCAD для пользователя / В.С.Карпиловский, Э.З.Криксунов, А.В.Перельмутер, М.А.Перельмутер, А.Н.Трофимчук. – К.: ВВП «Компас», 2000. – 332 с.
3. СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СРСР, 1989. – 88с.
4. Пособие по расчету статически неопределимых железобетонные конструкций. М., Стройиздат, 1975. – 192 с.
5. Проектирование железобетонные конструкций. / А.Б.Гольшев, В.Я.Бачинский, В.П.Полищук и др.;– К.: Будивельник, 1985. – 496 с.
6. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. – 204 с.