

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	IX
1. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ	1
1.1 Определение понятия устойчивости равновесия	3
1.1.1 Теорема Лагранжа-Дирихле. Теоремы Ляпунова	6
1.1.2 Пример 1	11
1.2 Упругие системы с конечным числом степеней свободы	15
1.2.1 Функционал устойчивости – функционал Болотина	23
1.2.2 Линеаризованные постановки задачи устойчивости равновесия	23
1.2.3 Пример 2	28
1.2.4 Пример 3 – парадоксы в задачах устойчивости равновесия?	37
• О неинвариантности критической нагрузки по отношению к выбору обобщенных координат системы	45
1.3 Некоторые общие теоремы теории устойчивости равновесия	47
1.3.1 Отношение Релея и вариационно-рекурсивное определение критических нагрузок	49
1.3.2 О разложении исходного n -мерного пространства векторов обобщенных перемещений в прямую сумму трех подпространств	54
1.3.3 Нормальные координаты системы	58
1.3.4 О влиянии связей на устойчивость равновесия линеаризованной упругой системы	60
1.3.5 Теорема Папковича о выпуклости области устойчивости	64
• Предупредительные замечания к теореме Папковича	73
• Прикладной аспект теоремы Папковича	76
1.3.6 Еще раз о геометрической матрице жесткости	81
1.3.7 Устойчивость равновесия при несиловом воздействии	83
1.4 Характеристическая кривая упругой системы	87
• Система с одной степенью свободы	88
• Система с несколькими степенями свободы	93
1.5 Заключительные комментарии к главе 1	97
2. ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ УПРУГИХ ТЕЛ	99
2.1 Геометрически нелинейные задачи теории упругости	99
2.1.1 Геометрические уравнения	99
• Варьирование компонент тензора деформаций	103

2.1.2 Уравнения равновесия и статические краевые условия ..	104
2.2 Устойчивость равновесия упругого тела	109
2.2.1 Линеаризованные постановки задачи устойчивости равновесия упругого тела	113
2.2.2 О механической интерпретации отдельных слагаемых в функционале устойчивости. Понятие об эквивалентной нагрузке	118
2.2.3 Критерии критического состояния системы	120
2.3 Метод Ритца	124
2.4 Смешанные функционалы в задачах устойчивости равновесия	128
• Пример	130
2.5 О функционалах типа Тимошенко	136
2.5.1 Об использовании статически допустимых усилий в функционале устойчивости равновесия	142
2.6 Упругие системы при наличии связей	146
2.6.1 Упругие системы с конечным числом степеней свободы	146
• Пример	148
• Общий случай учета влияния связей способом понижения размерности задачи	152
• Учет влияния связей способом повышения размерности задачи	156
2.6.2 Упруго деформируемое тело со связями	160
• Упругое тело, армированное несжимаемой нитью	160
2.7 Упругие системы при наличии абсолютно твердых тел	163
2.7.1 О равновесии упругой системы при наличии жестких тел	164
2.7.2 Кинематические соотношения для абсолютно жесткого тела	168
2.7.3 О работе сил, приложенных к абсолютно твердому телу	171
2.7.4 Функционал устойчивости равновесия для системы с абсолютно жестким телом	172
2.7.5 Матрица геометрической жесткости для абсолютно жесткого тела	177
• Системы с конечным числом степеней свободы	180
2.7.6 Пример	181
• О моделировании пружин сжимаемыми стержнями	183
2.8 Условие жесткого контура, рассматриваемое в качестве связи	186
2.9 Заключительные комментарии к главе 2	189
3. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ	191
3.1 О роли начальных несовершенств	191
3.1.1 Устойчивость в большом. Верхние и нижние критические нагрузки	202
3.2 Системы со многими степенями свободы	210
3.2.1 Первоначальный анализ	212
3.2.2 Анализ в высших приближениях	216
3.2.3 Классификация сингулярных точек	217

3.2.4	Качество равновесия в сингулярных точках	218
3.3	Заключительные комментарии к главе 3	222
4.	УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ .	225
4.1	Устойчивость равновесия сжатого стержня	226
4.1.1	О краевых условиях при расчетах на устойчивость равновесия сжатого стержня	232
4.1.2	Ортогональность форм потери устойчивости стержня	238
4.1.3	Начальные несовершенства	241
	• О расчете по деформированной схеме	244
4.1.4	Закритическое поведение сжато-изогнутого стержня	246
4.1.5	Устойчивость равновесия стержня Тимошенко – учет деформаций сдвига	252
4.1.6	Устойчивость равновесия стержня, покоящегося на упругом основании	256
4.2	Вариационный вывод уравнения устойчивости сжатого стержня	259
4.2.1	Устойчивость равновесия сжатого стержня в рамках технической теории стержней Бернулли-Эйлера	259
4.2.2	Устойчивость равновесия стержня Тимошенко	263
4.3	Устойчивость равновесия сжатой пружины	269
4.3.1	Модель с двумя степенями свободы	270
4.3.2	Дискретно-континуальная модель	272
	• Учет деформаций сдвига	276
4.3.3	Модель эквивалентного стержня	277
	• Учет деформаций сдвига	282
4.4	О выпучивании растянутого стержня	285
4.5	Пространственные формы потери устойчивости стержня ...	291
4.6	Зависит ли критическая сила от поперечной нагрузки ?	296
4.7	Отношение Релея и формула Тимошенко	302
	• О формуле типа Тимошенко для стержня Тимошенко .	308
4.8	Устойчивость стержней при кручении	311
4.8.1	Об интегрировании системы уравнений (8.9)	319
4.8.2	Кручение стержня при отсутствии продольной силы	321
4.8.3	Краевые условия	322
4.8.4	Примеры	325
	• Случай стержня, защемленного с двух концов	326
	• Случай консольного стержня	328
4.9	Заключительные комментарии к главе 4	331
5.	УСТОЙЧИВОСТЬ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ И АРОК 333	
5.1	Основные уравнения для криволинейного стержня в линейной постановке задачи	334
5.1.1	Упрощения уравнений для криволинейного стержня с несжимаемой осью	338
	• Пример 1	341
	• Пример 2	347
5.2	Вариационный вывод уравнений устойчивости равновесия	

криволинейного стержня	350
5.3 Устойчивость равновесия несжимаемого криволинейного стержня	354
5.3.1 Устойчивость несжимаемого кругового кольца при действии мертвых радиальных сил	356
5.3.2 Устойчивость несжимаемой круговой арки под действием гидростатического давления	357
• Круговая двухшарнирная арка	359
• Круговая бесшарнирная арка	361
5.3.3 Устойчивость кольца под действием полярной радиальной нагрузки	364
5.3.4 Устойчивость арок при вертикальной нагрузке	364
5.4 Устойчивость равновесия пологих арок	367
5.4.1 Модельная задача – ферма Мизеса	369
5.4.2 Пологая арка под действием вертикальной нагрузки	378
6. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ	385
6.1 Тонкостенный стержень открытого профиля	386
6.1.1 Устойчивость равновесия внецентренно сжатого стержня	386
• Краевые условия	398
• Характеристическое уравнение для критических сил внецентренно сжатого стержня	402
• Тонкостенный стержень, сжатый вдоль линии центров изгиба	407
• Центально сжатый тонкостенный стержень	413
• Устойчивость равновесия тонкостенного стержня с недепланируемым сечением	414
6.2 Поперечный изгиб тонкостенных стержней	421
• Устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного стержня. Случай чистого изгиба	427
• Обобщенная задача Прандтля-Мичелла	429
• Обобщенная задача Тимошенко	435
6.2.1 Вариационный способ получения функционала Власова	438
• Об учете уровня приложения внешней поперечной нагрузки	440
6.1 Тонкостенные стержни в рамках полусдвиговой теории	442
6.3.1 Устойчивость равновесия внецентренно сжатого стержня	444
• Случай недепланируемого сечения	449
6.3.2 Устойчивость равновесия при поперечном изгибе стержней в рамках полусдвиговой теории	449
6.3.3 Многоэтажное здание как тонкостенный стержень	452
7. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ КРИВОЛИНЕЙНЫЙ СТЕРЖЕНЬ – ТЕОРИЯ КИРХГОФФА-КЛЕБША	455
7.1 Элементарные сведения о геометрии пространственной кривой	455

7.2 Криволинейный стержень и его геометрия	460
7.3 Кинематические соотношения для стержня	466
7.4 Уравнения равновесия для стержня	471
7.5 Физические уравнения	474
7.6 Плоский криволинейный стержень	476
7.6.1 Функционалы устойчивости равновесия для плоского криволинейного стержня	478
• Упрощения в функционале S_{iw}	485
• Упрощения в функционале $S_{vф}$	486
7.6.2 Устойчивость плоской формы изгиба криволинейного стержня	488
• Круговое кольцо под действием радиальной нагрузки - задача Николаи	489
• Круговая арка в условиях чистого изгиба - задача Тимошенко	491
7.7 Прямолинейный стержень с начальной круткой	496
7.8 Заключительные комментарии к теории Кирхгоффа-Клебша	499
8. КОНСЕРВАТИВНЫЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ.	
Парадоксы и заблуждения	501
8.1 Некоторые случаи поведения внешних сил	503
8.2 О гидростатической нагрузке	510
• Функционал устойчивости равновесия при действии гидростатической нагрузки	512
8.3 О полярной нагрузке	513
8.4 Моментная нагрузка	515
8.4.1 Понятие обобщенных моментов	515
8.4.2 Компоненты вектора моментов и вектора поворотов в лагранжевой и эйлеровой координатных системах	524
• Полулагранжевы координаты	527
8.4.3 Условия консервативности вектора внешних моментов .	528
8.4.4 Общий случай момента мертвых сил	539
8.4.5 Некоторые механические модели реализации моментов мертвых сил	543
• О бимоментном воздействии	546
8.4.6 Уравнения равновесия, отвечающие поворотным степеням свободы механической системы	546
8.4.7 О попытке введения в обиход вектора обобщенных поворотов	549
8.5 Устойчивость стержней в трехмерном пространстве	551
8.5.1 Возвращение к задаче устойчивости стержня при кручении	551
• Пример. Устойчивость равновесия изолированного узла	554
8.5.2 Задача Николаи	555
• Тангенциальный внешний момент – статический	

VIII СОДЕРЖАНИЕ

анализ	559
• Аксиальный внешний момент – статический анализ	560
• Тангенциальный внешний момент – динамический анализ	561
8.5.3 Возвращение к задаче устойчивости плоской формы изгиба	565
• Шарнирно опертый стержень в условиях чистого изгиба	568
• Чистый изгиб консольного стержня	573
• Распределенная моментная нагрузка	582
• Потеря устойчивости нулевого начального равновесного состояния	585
8.6 Парадокс Аргироза и сопутствующие мифы	587
• Парадокс Аргироза. Миф о полутангенциальности изгибающего момента	588
• Миф о тангенциальности моментов сил упругости	591
• Компоненты поворотов и производные от поперечных перемещений оси стержня	591
• Компоненты вектора поворотов как обобщенные координаты системы	593
8.7 Заключительные комментарии к главе 8	594
ПРИЛОЖЕНИЯ	597
A. Обоснование упрощений в функционале устойчивости равновесия для тонкостенного стержня	597
B. Ортогональные криволинейные координаты – формулы для компонент деформаций	602
B.1 Ортогональные криволинейные координаты. Общий случай	602
B.2 Ортогональные криволинейные координаты, порождаемые плоской кривой	605
C. Дополнения к теореме Папковича	607
C.1 Еще один вариант обоснования теоремы Папковича	607
C.2 Дополнительное замечание к теореме Папковича	608
D. Качественные оценки критических сил	611
D.1 Преобразования нагрузки	611
D.2 Преобразования жесткости	617
E. Элементарные сведения из теории катастроф	620
E.1 Идеология теории катастроф	620
E.2 Некоторые элементарные катастрофы	624
E.3 Влияние начальных несовершенств	628
E.4 Взаимодействие форм потери устойчивости	630
E.5 Процедура использования теории катастроф	639
ЛИТЕРАТУРА	641
ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ	648
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	651

СОДЕРЖАНИЕ тома II

9. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПЛАСТИН – ПЛАСТИНЫ КИРХГОФФА-ЛЯВА И РЕЙССНЕРА	1
9.1 Устойчивость равновесия пластин Кирхгоффа-Лява	2
9.1.1 Основные соотношения теории тонких пластин	2
9.1.2 Вариационный вывод уравнения устойчивости равновесия пластин Кирхгоффа-Лява	8
• Краевые условия	14
9.1.3 Устойчивость равновесия консольной полосы	17
9.1.4 Задача Зоммерфельда	21
• Устойчивость равновесия полуполосы, усиленной нитью.....	22
• Устойчивость равновесия полуполосы без нити	25
9.1.5 Задача Саусвелла - Скэн	30
9.1.6 Устойчивость равновесия круглых пластин	32
• Устойчивость равновесия круглой пластины под действием радиального сжатия силами на ее контуре	34
• Функционал устойчивости равновесия пластины в полярных координатах	42
• Устойчивость равновесия круглой пластины под действием крутящего момента – задача Дина	43
9.2 Устойчивость равновесия пластин Рейсснера	48
9.3 Гибкие пластины – теория Кармана	51
9.3.1 Вариационная постановка задачи	58
9.4 Закритическое поведение тонких пластин	62
9.4.1 Характер закритического деформирования	62
• Модельная задача	64
9.4.2 Решение на основе теории Кармана	66
9.5 Заключительные комментарии к главе 9	73
10. СИСТЕМЫ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ	75
10.1 Краткие сведения из теории систем с односторонними связями	75
10.1.1 Предварительные соображения	75
10.1.2 Ограничения возможных перемещений	79
10.1.3 Условия равновесия	81
10.2 Критическое значение интенсивности нагрузки	86
10.3 Определение верхней критической нагрузки	96
10.4 Иллюстративные примеры	102
10.5 Высотное сооружение на одностороннем упругом основании	109
10.6 О дестабилизации систем с односторонними связями	111
10.7 Заключительные комментарии к главе 10	115
11. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПЛОСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ	119
11.1 Плоские стержневые системы	120

11.1.1	Общее решение однородных уравнений устойчивости равновесия для отдельного стержня	123
11.1.2	Матрица жесткости отдельного стержня	131
	• Матрица жесткости стержня при иных способах закрепления его концов	135
	• Некоторые свойства функций Корноухова и процедура их вычисления	139
	• Матрица начальной жесткости и матрица геометрической жесткости для стержня	143
11.1.3	Критерий критического состояния стержневой системы	131
	• Нужны ли высшие формы потери устойчивости?	153
	• О качественном методе определения критических нагрузок	154
11.1.4	Пример. Об одном парадоксе в задачах устойчивости ..	158
11.1.5	Задача Бубнова	166
11.1.6	Жесткие вставки на концах стержня	170
	• О возможной ошибке в расчетах на устойчивость при наличии жестких тел	175
11.2	Расчет плоской стержневой системы по деформированной схеме	175
11.2.1	Деформационный расчет отдельного стержня	176
	• Метод начальных параметров	177
	• Реакции на концах стержня от поперечных воздействий	180
11.2.2	Моноциклический, квазимоноциклический и полициклический расчеты стержневых систем	186
11.2.3	Формула Мора применительно к сжато-изогнутым стержневым системам	188
11.3	Заключительные комментарии к главе 11	196
12.	МКЭ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ	199
12.1	Основные понятия МКЭ	201
12.1.1	Функции форм и матрица функций форм для конечного элемента	203
12.1.2	Общие требования к функциям форм	205
12.1.3	Сравнительный анализ различных функций форм	208
12.1.4	Общие формулы для матриц R_0 и G	211
12.2	Матрицы жесткости стержня в плоской задаче	212
12.2.1	Стержень Бернулли-Эйлера	213
12.2.2	Стержень Тимошенко	215
	• Модель <i>I</i> : линейные аппроксимации перемещений и поворотов	217
	• Модель <i>II</i> : связанные аппроксимации перемещений и поворотов. Линейно-квадратичные функции формы	219
	• Модель <i>III</i> : кубически-квадратичные аппроксимации перемещений	222
	• Общее представление матриц R_0 и G для стержня Тимошенко. Сопоставительный анализ трех конечноэлементных моделей	225
	• Пример	228

12.3 Матрица жесткости пространственного стержня	232
12.3.1 Стержень Бернулли-Эйлера	232
12.3.2 Стержень Тимошенко	240
12.3.3 Жесткие вставки на концах стержня	247
12.3.4 Геометрическая матрица жесткости узла	256
12.4 Пластинчатые конечные элементы	259
12.4.1 Конечные элементы пластины применительно к функционалу S_{lv}	260
• Прямоугольный конечный элемент	262
12.4.2 Конечные элементы изгибаемой пластины	266
• Пластина Кирхгофа-Лява	268
• Пластина Рейсснера	273
12.4.3 Гибридная схема МКЭ	278
• Стержень Тимошенко	282
• Пластина Рейсснера	286
12.5 Абсолютно жесткие тела в составе дискретных расчетных схем	291
12.6 Соотношения МКЭ для геометрически нелинейных постановок задач	293
12.6.1 Четыре этажа геометрически нелинейных постановок задач	293
12.6.2 Разложение деформаций на сумму линейной и квадратичной частей. Теория второго порядка	297
12.6.3 Матрично-операторная форма представления функционала полной потенциальной энергии системы	304
12.6.4 Уравнения в приращениях	309
12.6.5 Постановки задач устойчивости равновесия	317
• Возможные упрощения в постановке задачи устойчивости равновесия	318
• Коэффициент запаса устойчивости	320
12.7 Заключительные комментарии к главе 12	324
13. ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ	325
13.1 Предварительные замечания	325
13.2 Геометрическая нелинейность для стержней ферменного типа	329
• Геометрические уравнения	329
• Уравнения равновесия	334
• Физическое уравнение	337
• Пример	339
13.2.1 Геометрически нелинейные уравнения в вариациях	343
13.3 Устойчивость конфигурации изменяемой системы	348
• Статико-кинематическая классификация	349
• Критерий отбора мгновенно-жестких систем	355
13.4 Выпучивание узлов из плоскости фермы	358
• О свободной длине сжатых раскосов	361
13.5 Оценка усилий в нулевых стержнях	362
13.6 Оценка влияния жесткости узлов	364

13.7 Составные стержни	370
13.7.1 Идеализированная схема	370
13.7.2 Влияние начальных несовершенств	373
13.7.3 Взаимодействие форм выпучивания	377
13.7.4 Пространственные сквозные сжатые стержни	383
• Четырехгранные стержни	383
• Трехгранные стержни	386
14. ДИНАМИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ И НЕКОНСЕРВАТИВНЫЕ СИСТЕМЫ	387
14.1 Динамический анализ устойчивости равновесия	387
14.1.1 Первоначальные сведения	387
14.1.2 Система с одной степенью свободы	392
• Мертвая сила	393
• Следящая нагрузка	395
• Полярная нагрузка	397
• Комбинированное нагружение мертвой и следящей нагрузками	398
• Сила Реуга	402
14.2 Системы со многими степенями свободы	404
14.2.1 Общие положения	404
• Консервативная система	412
• Нелинейная система, общий случай	415
14.2.2 Система с двумя степенями свободы – детальный анализ	416
• Общий анализ устойчивости равновесия системы с двумя степенями свободы	420
14.2.3 О влиянии связей на устойчивость равновесия неконсервативных систем	422
14.2.4 Демпфирование и его роль в проблеме устойчивости равновесия	425
• Неконсервативные внешние силы и диссипация. Парадокс Циглера	429
14.3 Задача Николаи	437
• Тангенциальный внешний момент – статический анализ	441
• Аксиальный внешний момент – статический анализ	442
• Тангенциальный внешний момент – динамический анализ	442
14.4 Континуальные неконсервативные системы	446
• Состав вариаций внешних сил при консервативном и неконсервативном нагружениях	449
14.4.1 Дискретизация консервативных и неконсервативных систем	453
• Метод Бубнова – Галеркина общий случай	454
• Метод Бубнова – Галеркина с использованием фундаментальных базисных функций	458

• О методе конечных элементов для неконсервативных задач	459
• Дискретизация по массе	459
14.5 Задача Бека	461
• Случай силы постоянного направления	462
• Случай следящей силы	465
• Обобщенная задача	467
14.6 Флаттер при истечении жидкости из трубы	470
14.7 Модели с усеченным числом инерциальных характеристик	474
• Консервативная система	475
• Неконсервативная система	479
14.7.1 О влиянии усечения системы по массе на изменение области устойчивости равновесия	482
• Стержень Бека с двумя сосредоточенными массами	484
14.7.2 О критике динамического критерия устойчивости равновесия	489
14.8 О применении статического подхода к решению неконсервативных задач	491
14.9 Заключительные комментарии к главе 14	496
• О парадоксе Смита - Геррманна	497
• Следящая сила как "гадкий утенок механики"	499
15. ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ	501
15.1 О закритической работе стержней	502
15.1.1 Критическое состояние рамных конструкций	502
15.1.2 Стержень, концы которого сопротивляются осевым смещениям	503
• О закритическом поведении стержней в составе стержневой системы	506
15.2 Рамные системы	510
15.2.1 Возможность прощелкивания	510
15.2.2 Расчет по смешанному методу	512
• Формула Бениаминова	516
• Пример	519
15.3 Использование закритической работы пластин	520
15.3.1 Редукционный коэффициент	520
15.3.2 Закритическое поведение пластин при сдвиге	526
15.4 Послекритическое взаимодействие форм потери устойчивости	328
15.4.1 Общая и местная формы выпучивания тонкостенного стержня	529
15.5 Заключительные комментарии к главе 15	536
16. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ	537
16.1 Устойчивость многоэтажного здания: влияние жесткости перекрытий	538
16.2 Конечноэлементное моделирование тонкостенных	

стержней	542
16.3 Устойчивость мачт на оттяжках	545
16.3.1 Вантовые элементы в расчетной модели	546
16.3.2 Возможные подходы к решению задачи	551
16.4 Энергетическая оценка роли отдельных подсистем	552
16.4.1 Стесненная и принужденная потеря устойчивости	552
16.4.2 Энергетические характеристики	554
16.4.3 Модификация конструкции	560
16.4.4 О вычислении свободных длин	561
16.5 Чувствительность критической нагрузки к изменению жесткостей системы	564
16.5.1 Равноустойчивость и оптимизация конструкции	565
• Пример оптимизации по устойчивости	569
16.6 Приближенная оценка поведения железобетона	573
15.6.1 Выбор значения модуля упругости для проверки устойчивости	573
16.6.2 Приближенная оценка эффектов ползучести	577
16.6.3 Пример расчета реальной железобетонной конструкции	579
ПРИЛОЖЕНИЯ	583
Г. Жордановы исключения и их роль в строительной механике	583
F.1 Общее описание	584
F.2 Жордановы исключения с матрицей жесткости системы	587
F.3 Матрица жесткости элемента при нежестком присоединении элемента к узлам.....	591
F.4 Двойное жорданово исключение	597
F.5 Жордановы преобразования в задачах устойчивости. Процедура геометрической конденсации	598
Г. Асимптотический анализ конечноэлементных моделей для стержня Тимошенко	600
Н. Обобщенная задача Тимошенко	606
Н.1 Точное решение задачи	609
Н.2 Решение задачи методом Ритца	612
И. Сильный изгиб стержней	615
• Геометрические уравнения	615
• Физические уравнения	619
• Уравнения равновесия	620
• Упрощения на младших этажах геометрической нелинейности	622
• Пример. Устойчивость стержня при кинематическом воздействии	624
• Пример. Чистый изгиб стержня	629
Ж. К вопросу о математической модели сдвигового стержня в задачах устойчивости равновесия	630
ЛИТЕРАТУРА	639
ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ	659
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	664